

Formelsammlung Messtechnik

V 2.3 s

MICHAEL OTT
MARKUS HANNEMANN

26. Oktober 1999

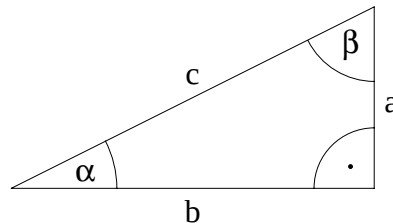
Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Grundlagen	1
1.1	Winkelfunktionen	1
1.2	Binomische Formeln	1
1.3	Logarithmusfunktionen	1
2	Grundlagen des elektrotechnischen Rechnens	2
2.1	Ohmsches Gesetz	2
2.2	Spezifischer Widerstand und Leitfähigkeit	2
2.3	Widerstand und Temperatur	2
2.4	Reihenschaltung von Widerständen	2
2.5	Parallelschaltung von Widerständen	3
2.6	Induktiver Widerstand	3
2.7	Kapazitiver Widerstand	3
2.8	Tiefpass	3
2.9	Hochpass	3
3	Periodische Spannungen und Ströme	4
3.1	Linearer Mittelwert	4
3.1.1	Bei nicht linearen Spannungsformen	4
3.1.2	Bei linearen Spannungsformen	4
3.1.3	Beispiel zum Messbereich DC	4
3.2	Effektivwert der Wechselspannung	5
3.2.1	Bei nicht linearen Spannungsformen	5
3.2.2	Bei linearen Spannungsformen	5
3.2.3	Beispiel zum Messbereich $U_{True AC}$	5
3.3	Effektivwert	6
3.3.1	Bei nicht linearen Spannungsformen	6
3.3.2	Bei linearen Spannungsformen	6
3.3.3	Addition von U_{DC} und $U_{True AC}$	6
3.3.4	Beispiel zu U_{eff}	6
3.4	Angezeigter Wert	7
3.4.1	Beispiel zu U_{Anz}	7
3.5	Formfaktor	8
3.6	Crestfaktor	8
4	Dämpfung und Verstärkung	9
4.1	Dämpfer bzw. Verstärker	9
4.2	Dämpfung- und Verstärkungsfaktoren	9
4.3	Dämpfungs- und Verstärkungsmaße	10
4.4	Pegel	10
4.4.1	Absoluter Pegel	10
4.4.2	Relativer Pegel	11
4.4.3	Pegelreihe	11

4.5	Fehlanpassung	11
5	Messen mit Oszilloskopen	12
5.1	Spannungsmessung	12
5.2	Strommessung	12
5.3	Frequenzmessung	13
5.4	Phasenlage	13
5.5	Zeitmessung	14
5.6	Phasenverschiebung mittels Lissajousfiguren	14
5.7	Lissajous Figuren	15
5.7.1	Frequenz _y = Frequenz _x ohne Phasenverschiebung	15
5.7.2	Frequenz _y = 2 fache Frequenz _x ohne Phasenverschiebung	15
5.7.3	Frequenz _y = 4 fache Frequenz _x ohne Phasenverschiebung	15
5.7.4	Frequenz _y = Frequenz _x mit 30° Phasenverschiebung	16
5.7.5	Frequenz _y = Frequenz _x mit 60° Phasenverschiebung	16
5.7.6	Frequenz _y = Frequenz _x mit 90° Phasenverschiebung	16
5.7.7	Frequenz _y = Frequenz _x mit 120° Phasenverschiebung	17
5.7.8	Frequenz _y = Frequenz _x mit 150° Phasenverschiebung	17
5.7.9	Frequenz _y = Frequenz _x mit 180° Phasenverschiebung	17
5.7.10	Wie geht dem (Graph nach Lissajou)	18

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Winkelfunktionen



$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{b}{a}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{a}{b}$$

Lehrsatz des Pythagoras:

Das Quadrat über der Hypotenuse ist gleich der Summe der beiden Kathedenquadrate.

1.2 Binomische Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

erste Binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

zweite Binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

dritte Binomische Formel

1.3 Logarithmusfunktionen

$$\log a \cdot b = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

$$\log a^n = n \cdot \log a$$

$$\log \sqrt[n]{a} = \frac{n}{b} \cdot \log a = \log a^{\frac{n}{b}}$$

$$a^x = b \Rightarrow \log_a b = x$$

$$a^{\frac{x_1}{x_2}} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \cdot \log_a \frac{b_1}{b_2}$$

2 Grundlagen des elektrotechnischen Rechnens

2.1 Ohmsches Gesetz

$$I = \frac{U}{R}$$

$I[A]$ = Stromstärke

$U[V]$ = Spannung

$R[\Omega]$ = Widerstand

$$G = \frac{1}{R}$$

$G[S]$ = Leitwert

2.2 Spezifischer Widerstand und Leitfähigkeit

$$\rho = \frac{1}{\kappa}$$

$\rho \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \right]$ = spezifischer Widerstand

$\kappa \left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2} \right]$ = Leitfähigkeit

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

$l[m]$ = Leitungslänge

$A[mm^2]$ = Leitungsquerschnitt

2.3 Widerstand und Temperatur

$$\Delta R = \alpha \cdot R_1 \cdot \Delta \vartheta$$

$\Delta R[\Omega]$ = Widerstandsänderung

$\alpha \left[\frac{1}{K} \right]$ = Temperaturkoeffizient (Kupfer $\alpha = \frac{1}{235K + \vartheta_1(25^\circ)}$)

$\Delta \vartheta[K]$ = Temperaturänderung

$R_1[\Omega]$ = Kaltwiderstand

$$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

$R_2[\Omega]$ = Warmwiderstand

2.4 Reihenschaltung von Widerständen

$$U_{ges} = \sum_{i=1}^n U_i$$

$U_{ges}[V]$ = Gesamtspannung

$$R_{ges} = \sum_{i=1}^n R_i$$

$R_{ges}[\Omega]$ = Gesamtwiderstand

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Die Spannungen verhalten sich wie die dazugehörigen Widerstände

$$I_{ges} = I_i$$

$I_{ges}[A]$ = Der Strom ist überall gleich groß

2.5 Parallelschaltung von Widerständen

$$I_{ges} = \sum_{i=1}^n I_i$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

2.6 Induktiver Widerstand

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$X_L[\Omega]$ = Induktiver Widerstand

$f[Hz]$ = Frequenz

$L[H]$ = Induktivität

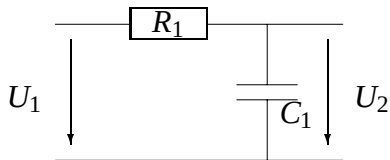
2.7 Kapazitiver Widerstand

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$X_C[\Omega]$ = Kapazitiver Widerstand

$C[F]$ = Kapazität

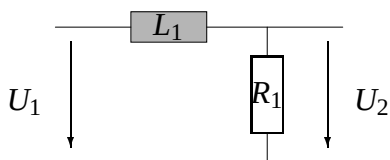
2.8 Tiefpass



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{R^2 + X_C^2}}{X_C}$$

Spannungsverhältnis = Widerstandsverhältnis

2.9 Hochpass



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{X_L^2 + R^2}}{R}$$

Spannungsverhältnis = Widerstandsverhältnis

3 Periodische Spannungen und Ströme

3.1 Linearer Mittelwert

Meßbereich DC

3.1.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$$

$U_{Drehspule},$

$U_{DC},$

$U_{AV},$

$\bar{U}$ = arithm. Mittelwert

(Fläche unter der Kurve dividiert durch
Periodendauer (positiv bzw. negativ))

$\Delta t,$

dt = Teil Zeitabschnitt

T = Gesamt Zeitabschnitt

$u(t)$ = Spannung im Teil Zeitabschnitt

3.1.2 Bei linearen Spannungsformen

Mittelwert:

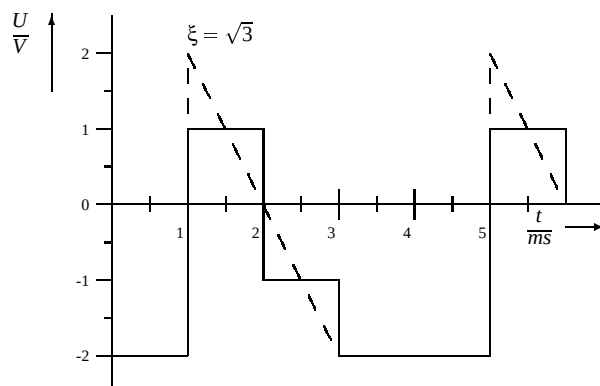
$$\bar{U} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{u}_i \cdot \Delta t_i)$$

Betrag des Mittelwertes (Gleichrichtwert Wechsel- + Gleichspannung):

$$|\bar{U}| = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n |\bar{u}_i \cdot \Delta t_i|$$

- Mittelwert bei reiner Wechselspannung ist immer $\bar{U} = 0$

3.1.3 Beispiel zum Messbereich DC



DC-Anteil

$$\bar{U} = \frac{1V \cdot 1ms + (-1V \cdot 1ms) + (-2V \cdot 2ms)}{4ms} = -1V$$

$$|\bar{U}| = \frac{1V \cdot 1ms + 1V \cdot 1ms + 2V \cdot 2ms}{4ms} = 1.5V$$

--- Ausgangswert

— $\bar{u}$

3.2 Effektivwert der Wechselspannung

3.2.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

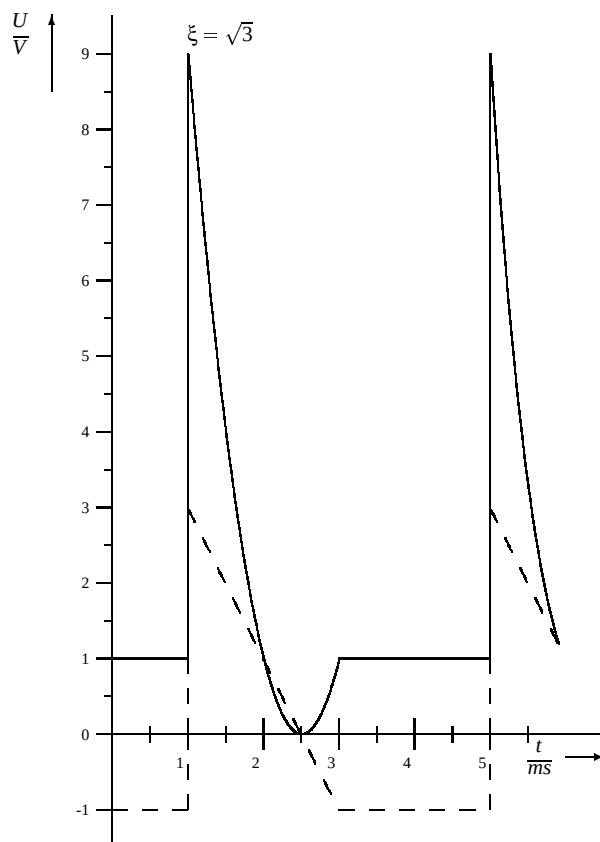
$$U_{True AC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t) - \overline{U})^2 \cdot dt}$$

$U_{True AC}$ = Effektivwert der Wechselspannung
 $\hat{u}_i$ = Spitzenwert im Teil Zeitabschnitt

3.2.2 Bei linearen Spannungsformen

$$U_{True AC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{\hat{u}_i - \overline{U}}{\xi} \right)^2 \cdot \Delta t_i \right)}$$

3.2.3 Beispiel zum Messbereich $U_{True AC}$



$U_{True AC}$

$$U_{True AC} = \sqrt{\frac{2ms \cdot (1V)^2 + 1.5ms \cdot \left(\frac{3V}{\sqrt{3}} \right)^2 + 0.5ms \cdot \left(\frac{1V}{\sqrt{3}} \right)^2}{4ms}}$$

$$U_{True AC} = 1.291V$$

--- Ausgangswert ohne DC-Anteil

— $U_{True AC}$

3.3 Effektivwert

Meßbereich $U_{True AC+DC}$

3.3.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

$$U_{True AC+DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (u(t))^2 \cdot dt}$$

$U_{Dreheisen},$

$U,$

$U_{eff},$

$U_{RMS},$

$U_{True AC+DC} = \text{Wechsel- + Gleichspannungsanteil}$

$u,$

$u_i,$

$u(t) = \text{effektivwert zu diesem Zeitpunkt}$

3.3.2 Bei linearen Spannungsformen

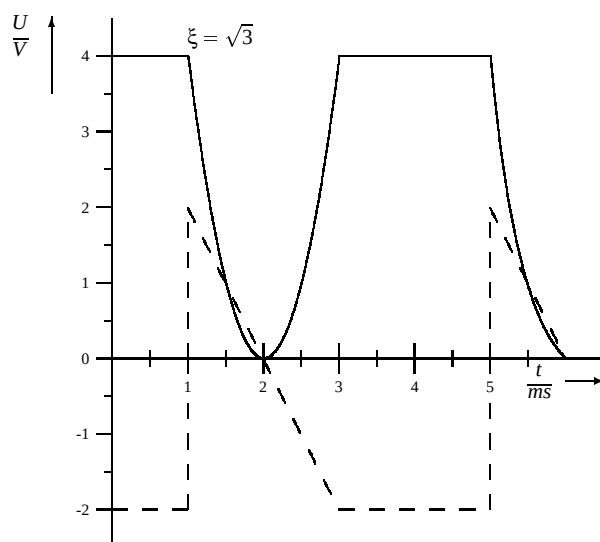
$$U_{True AC+DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n (u_i^2 \cdot \Delta t_i)}$$

3.3.3 Addition von U_{DC} und $U_{True AC}$

$$U_{True AC+DC} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{True AC}^2}$$

$$U = \sqrt{U_{\bar{}}^2 + U_{\sim}^2}$$

3.3.4 Beispiel zu U_{eff}



Effektivwert

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{2ms \cdot (2V)^2 + 1ms \cdot \left(\frac{2V}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1ms \cdot \left(\frac{2V}{\sqrt{3}}\right)^2}{4ms}} = 1.633V$$

$$U_{eff} = \sqrt{(-1V)^2 + (1.291V)^2} = 1.633V$$

--- Ausgangssignal

— U_{eff}

3.4 Angezeigter Wert

Meßbereich AC, Anzeige bei handelsüblichen Meßgeräten

1. Gleichspannung rausfiltern (Kondensator) $u - \bar{U}$
2. Wechselspannung gleichrichten $|u|$ $|u - \bar{U}|$
3. Mittelwert bilden $|\bar{U}_{\sim}|$ $\overline{|u - \bar{U}|}$
4. Mit Formfaktor multiplizieren U_{Anz} $\overline{|u - \bar{U}|} \cdot 1,11$

$$|\bar{U}_{\sim}| = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n (|\hat{u}_i - \bar{U}| \cdot \Delta t_i)$$

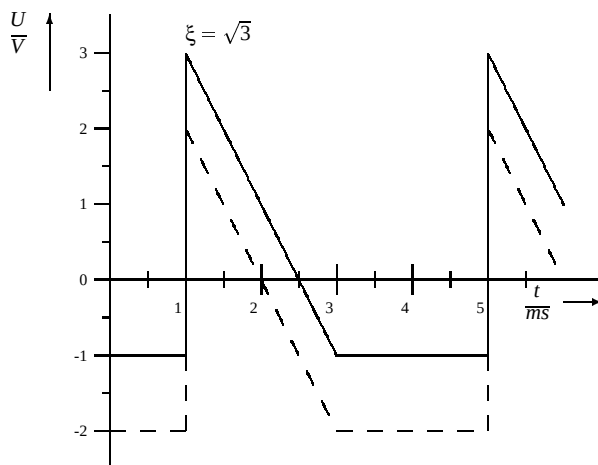
$|\bar{U}_{\sim}|$ = Gleichrichtwert der reinen Wechselspannung

$$U_{Anz} = |\bar{U}_{\sim}| \cdot F_{\sim}$$

$$F_{\sim} = 1,11$$

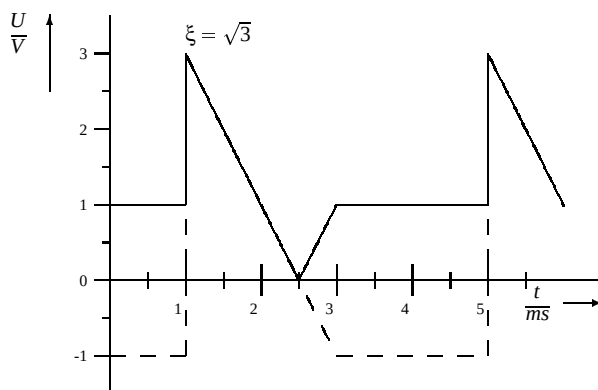
U_{Anz} = Angezeigter Wert

3.4.1 Beispiel zu U_{Anz}



DC-Anteil entfernen

--- Ausgangswert
— ohne DC-Anteil



DC-Anteil

$$|\bar{U}| = \frac{2ms \cdot 1V + 1.5ms \cdot \frac{3V}{2} + 0.5ms \cdot \frac{1V}{2}}{4ms} = 1.125V$$

$$U_{Anz} = |\bar{U}| \cdot F_{\sim} = 1.25V \quad F_{\sim} = 1.111$$

--- Ausgangswert ohne DC-Anteil
— $|u|$

3.5 Formfaktor

Für jede Kurvenform einer Spannung gibt es einen Formfaktor, mit diesem muß im Meßgerät der Gleichrichtwert multipliziert werden um den Effektivwert richtig anzeigen zu können. In einem handelsüblichen Sinus-Vollwellen korrigierten Meßgerät ist nur der Formfaktor für reine Sinusspannung integriert ($F_{\sim} = 1,11$).

$$F = \frac{U_{eff}}{|\overline{U}|} = \frac{Effektivwert}{Gleichrichtwert} \quad F = \text{Formfaktor}$$

Wenn $U_{eff} = U_{True AC+DC}$

dann $|\overline{U}|$ der Gleichrichtwert der Wechsel- + Gleichspannung

Wenn $U_{eff} = U_{True AC}$

dann $|\overline{U}| = |\overline{U_{\sim}}|$ der Gleichrichtwert der reinen Wechselspannung

3.6 Crestfaktor

Der Crestfaktor gibt an, um das wievielfache der Spitzenwert größer sein darf als der Effektivwert. Wird er überschritten kann das Meßgerät nicht mehr zuverlässig arbeiten.

$$F_{Crest} = \frac{\hat{u}}{U_{eff}} = \frac{Spitzenwert}{Effektivwert} \quad \xi, \\ F_{Crest} = \text{Crestfaktor} \\ \hat{u} = \text{Spitzenwert}$$

Wenn $U_{eff} = U_{True AC+DC}$

dann $\hat{u}$ der Spitzenwert der Wechsel- + Gleichspannung

Wenn $U_{eff} = U_{True AC}$

dann $\hat{u}$ der Spitzenwert der reinen Wechselspannung

4 Dämpfung und Verstärkung

4.1 Dämpfer bzw. Verstärker

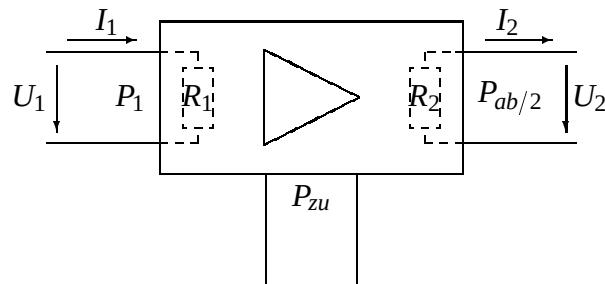


Abbildung 1: Verstärker- bzw. Dämpfungsglied

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

η = Wirkungsgrad

4.2 Dämpfung- und Verstärkungsfaktoren

$$D = \frac{S_1}{S_2}$$

D = Dämpfungsfaktor

S_1 = Eingangsgröße

S_2 = Ausgangsgröße

$$V = \frac{1}{D}$$

V = Verstärkungsfaktor

4.3 Dämpfungs- und Verstärkungsmaße

$$a_P = 10 \lg \frac{P_1}{P_2}$$

$a_P[dB]$ = Leistungsdämpfungsmaß
 B = Bel

$$a_U = 20 \lg \frac{U_1}{U_2}$$

$a_U[dB]$ = Spannungsdämpfungsmaß

$$a_P = a_U - 10 \lg \frac{R_1}{R_2}$$

$R_1[\Omega]$ = Eingangswiderstand

$$U_2 = U_1 \cdot 10^{-\left(\frac{a_P + 10 \lg \frac{R_1}{R_2}}{20}\right)}$$

$R_2[\Omega]$ = Ausgangswiderstand

$$a_I = 20 \lg \frac{I_1}{I_2}$$

$a_I[dB]$ = Stromdämpfungsmaß

$$a_P = a_I + 10 \lg \frac{R_1}{R_2}$$

$$a = a_P = a_U = a_I \quad \text{bei } R_1 = R_2$$

$a[dB]$ = Dämpfungsmaß in deziBel

$$v = a \cdot (-1)$$

$v[dB]$ = Verstärkungsmaß

$$a_{ges} = \sum_{i=1}^n a$$

Dämpfung positiv, Verstärkung negativ

$$a_L = \alpha \cdot l$$

$a_L[dB]$ = Leitungsdämpfung
 $\alpha \left[\frac{dB}{m} \right]$ = Dämpfungskonstante der Leitung
 $l[m]$ = Leitungslänge

$a[dB]$	0,00	1,00	3,00	6,00	10,0	20,0	30,0	40,0
D_P	1,00	1,26	2,00	4,00	10,0	100	1000	10000
D_U	1,00	1,12	1,41	2,00	3,16	10,0	31,6	100

Tabelle 1: Zusammenhang zwischen Dämpfungsfaktoren und Dämpfungsmaßen

4.4 Pegel

4.4.1 Absoluter Pegel

Der Pegel $0dB$ liegt bei der Leistung $P_0 = 1mW$ oder der Spannung $U_0 = 775mV$ vor.
 $(I = 1,29mA, R_L = 600\Omega)$

$$L_{U_{abs}} = 20 \lg \frac{U}{U_0}$$

$L_{U_{abs}}[dBm]$ = Absoluter Spannungspegel
 $U_0[V]$ = Bezugsspannung

$$L_{P_{abs}} = 10 \lg \frac{P}{P_0}$$

$L_{P_{abs}}[dBm]$ = Absoluter Leistungspegel
 $P_0[W]$ = Bezugsleistung

Bezugswerte	Antennentechnik	Fernmeldetechnik	
R_L	75,00	600	Ω
U_0	$1 \cdot 10^{(-6)}$	$775 \cdot 10^{(-3)}$	V
I_0	$13,33 \cdot 10^{(-9)}$	$1,29 \cdot 10^{(-3)}$	A
P_0	$13,33 \cdot 10^{(-15)}$	$1,00 \cdot 10^{(-3)}$	W

Tabelle 2: Bezugswerte für relative Pegel

4.4.2 Relativer Pegel

Für Bezugspunkt U_0 aus Tabelle:

$$L_{U_{rel}} = 20 \lg \frac{U}{U_0} \text{ dB}\mu\text{V}$$

$L_{U_{rel}}$ = Relativer Spannungspegel

4.4.3 Pegelreihe

Beispiel Pegelplan:

$$a_{ges} = a_1 - v_1 + a_2 - v_2 + a_3$$

$$D_{ges} = D_1 \cdot \frac{1}{V_1} \cdot D_2 \cdot \frac{1}{V_2} \cdot D_3$$

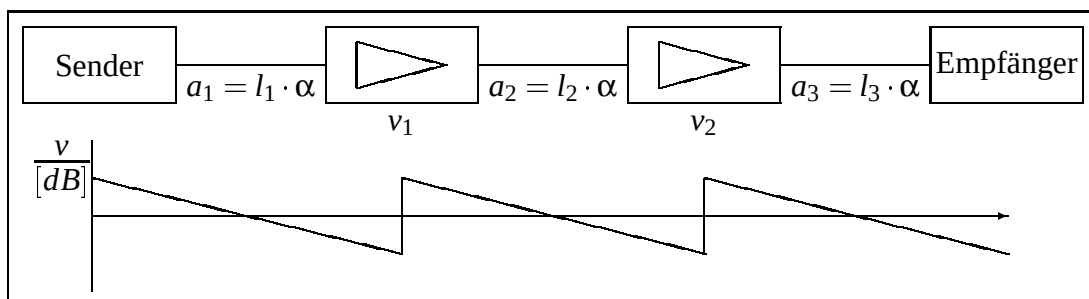


Abbildung 2: Pegelplan

4.5 Fehlanpassung

Fehlanpassung muss bei $R_2 \neq R_{LAST}$ berücksichtigt werden.

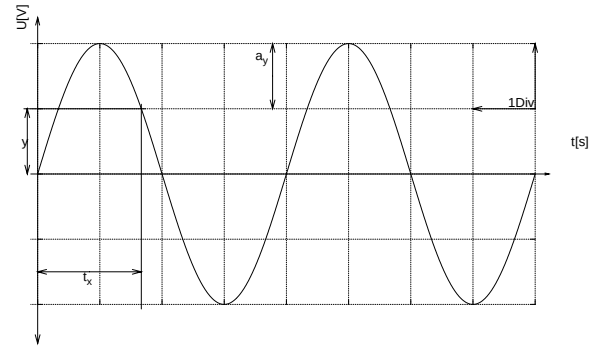
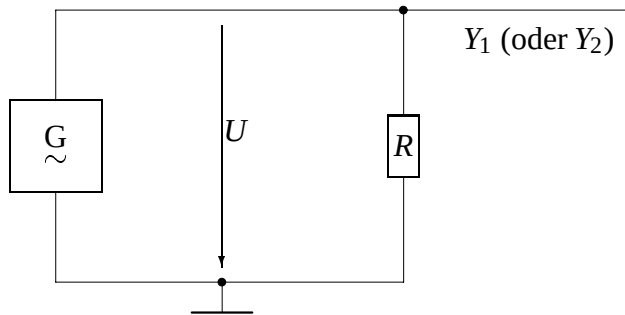
$$a_{UFehl} = - \left(6 \text{ dB} + 20 \lg \frac{R_{LAST}}{R_2 + R_{LAST}} \right)$$

a_{UFehl} = Fehleranteil der Dämpfung

$$\begin{array}{lcl} 75\Omega & \rightarrow & 600\Omega \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow U \uparrow \Rightarrow \text{Verstärkung} \\ 600\Omega & \rightarrow & 75\Omega \Rightarrow I \uparrow \Rightarrow U \downarrow \Rightarrow \text{Dämpfung} \end{array}$$

5 Messen mit Oszilskopen

5.1 Spannungsmessung



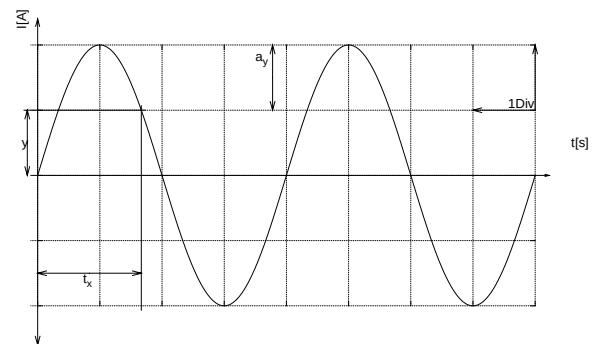
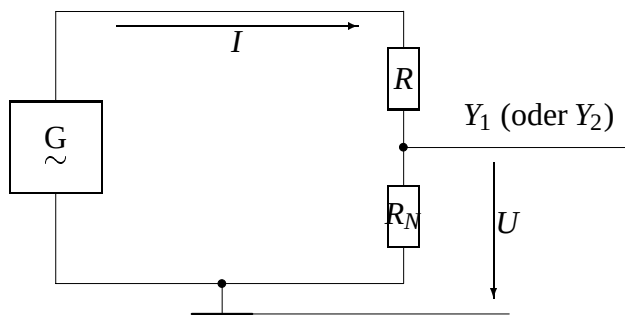
$$u(t_x) = a_y \cdot y(t_x)$$

$u(t_x)[V]$ = Spannung in abhängigkeit der Zeit

$a_y \left[\frac{V}{Div} \right]$ = Ablenkungskoeffizient in y-Richtung

$y(t_x)[Div]$ = Auslenkung in abhängigkeit der Zeit

5.2 Strommessung



$$i(t_x) = \frac{u(t_x)}{R_N}$$

$i(t_x)[A]$ = Strom in abhängigkeit der Zeit

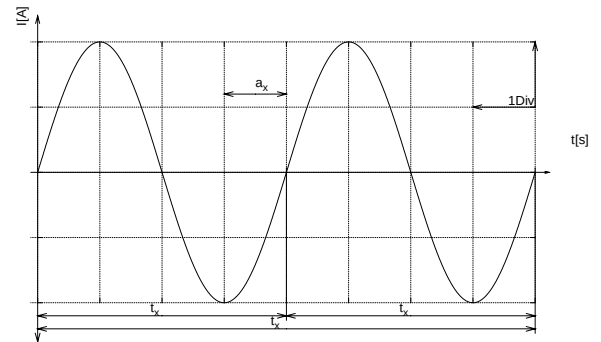
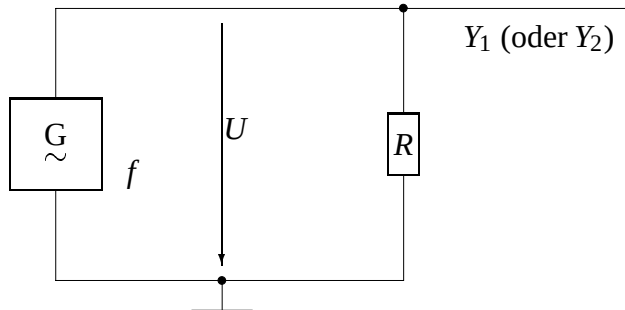
$R_N[\Omega]$ = Normalwiderstand

$$R > R_N$$

$Z[\Omega]$ = Scheinwiderstand

$R_M[\Omega]$ = Innenwiderstand Osziloskop

5.3 Frequenzmessung



$$t_M = x \cdot a_x$$

$t_M[s]$ = Periodendauer

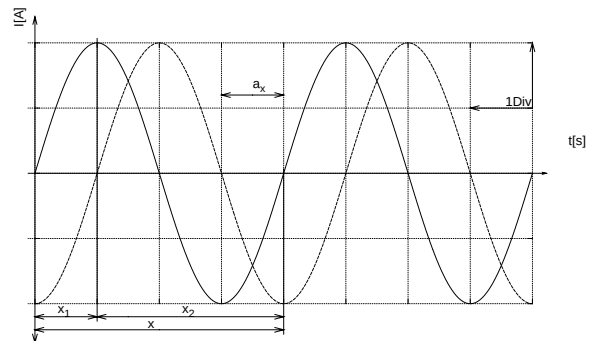
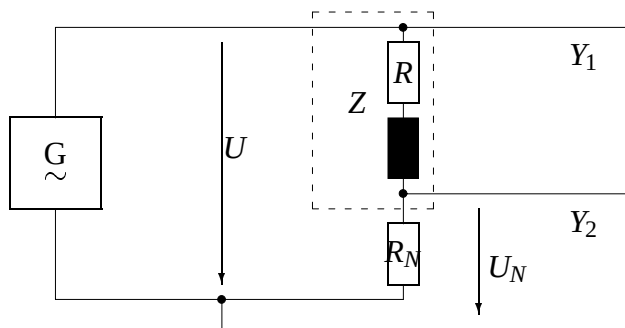
$a_x \left[\frac{s}{Div} \right]$ = Zeitkoeffizient in x-Richtung

$x[Div]$ = Auslenkung in abhängigkeit der Spannung

$$f = \frac{1}{t_M}$$

$f[Hz]$ = Frequenz

5.4 Phasenlage



$$\frac{x_2}{x} = \frac{\Delta t}{T}$$

x_2 = Abstand in Teilen

x = Abstand in Perioden

Δt = Zeitdifferenz

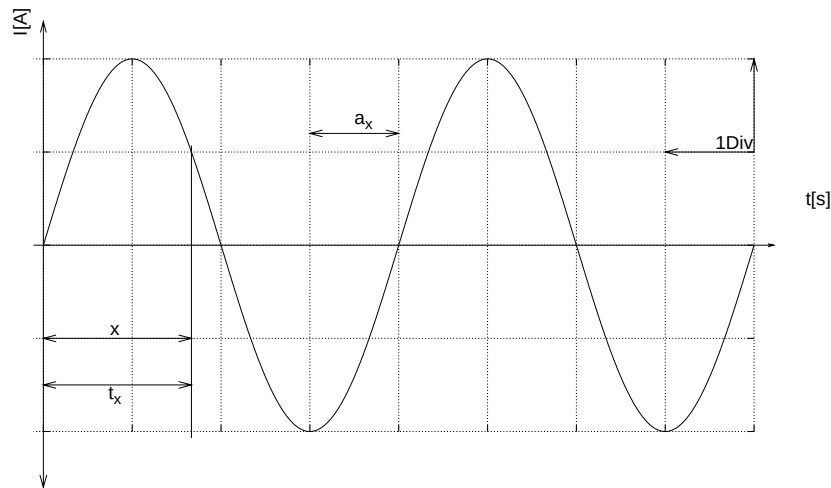
T = Periodendauer

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ}$$

φ = Phasenverschiebungswinkel

$$\varphi = \frac{x_2}{x} \cdot 360^\circ$$

5.5 Zeitmessung

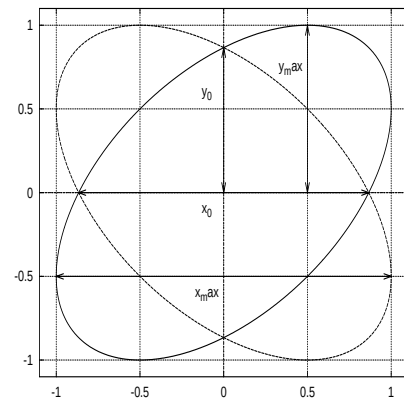
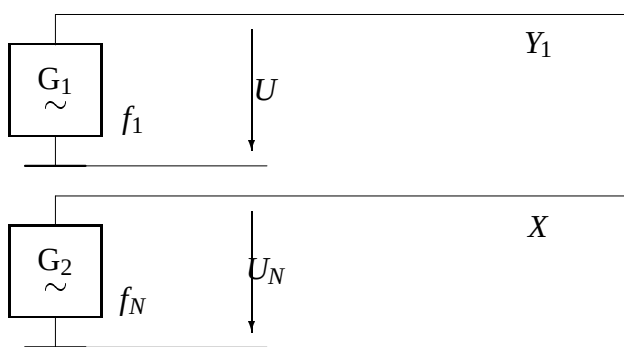


$$t_x = a_x \cdot x$$

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$$

5.6 Phasenverschiebung mittels Lissajousfiguren



$$\varphi = \pm \arcsin \frac{y_0}{\hat{y}_{max}}$$

φ = Phasenverschiebungswinkel

$$\varphi = \pm \arcsin \frac{x_0}{\hat{x}_{max}}$$

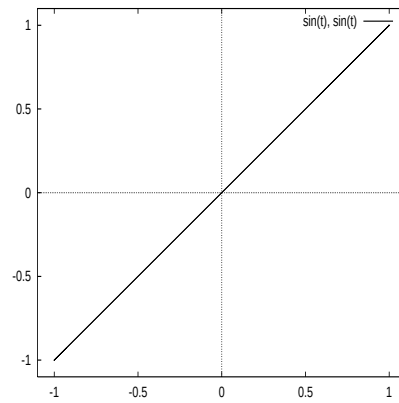
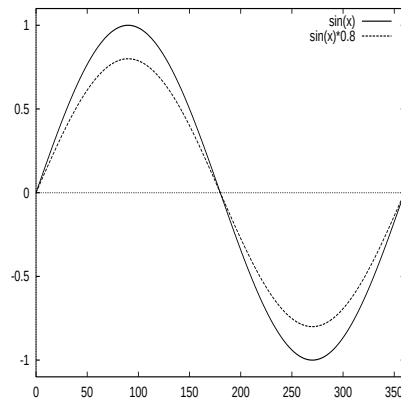
Diese Formeln gelten wenn sich die Figuren nach links neigen ($+180^\circ$)

$$\varphi = \pm \arcsin \frac{y_0}{\hat{y}_{max}} + 180^\circ$$

$$\varphi = \pm \arcsin \frac{x_0}{\hat{x}_{max}} + 180^\circ$$

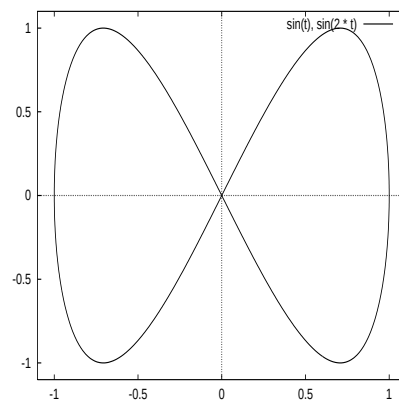
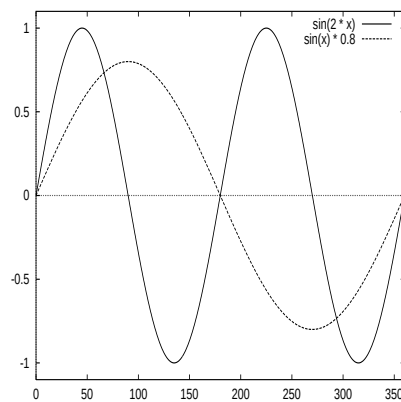
5.7 Lissajous Figures

5.7.1 Frequenz_y = Frequenz_x ohne Phasenverschiebung



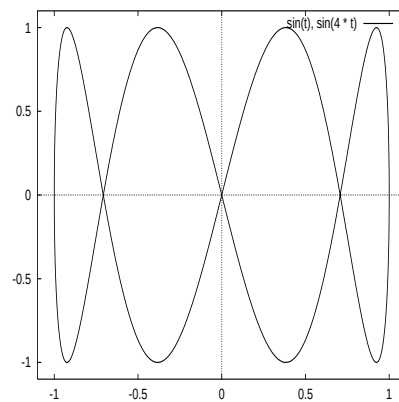
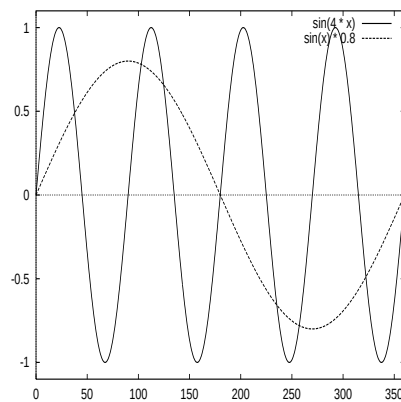
$$f_y = f_x \quad \phi = 0^\circ$$

5.7.2 Frequenz_y = 2 fache Frequenz_x ohne Phasenverschiebung



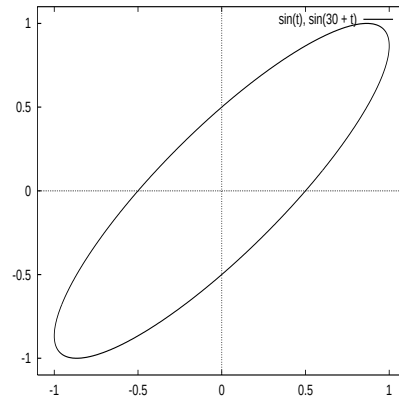
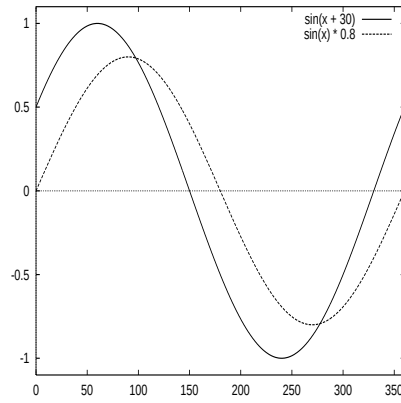
$$f_y = 2 \cdot f_x \quad \phi = 0^\circ$$

5.7.3 Frequenz_y = 4 fache Frequenz_x ohne Phasenverschiebung



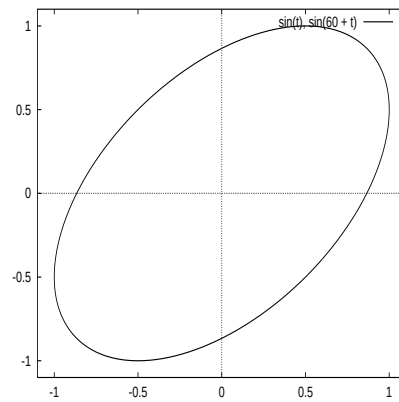
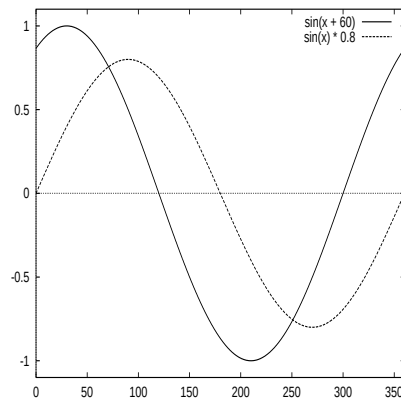
$$f_y = 4 \cdot f_x \quad \phi = 0^\circ$$

5.7.4 Frequenz_y = Frequenz_x mit 30° Phasenverschiebung



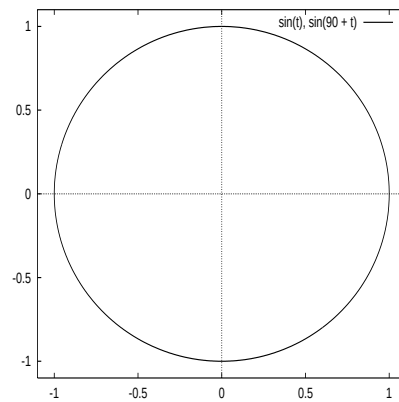
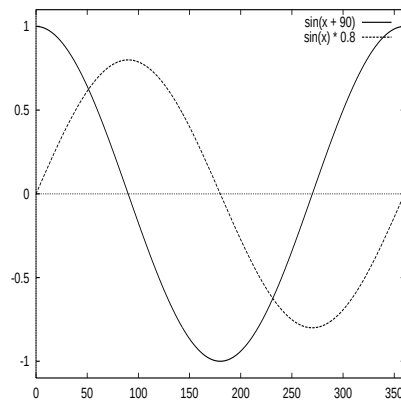
$$f_y = f_x \quad \phi = 30^\circ$$

5.7.5 Frequenz_y = Frequenz_x mit 60° Phasenverschiebung



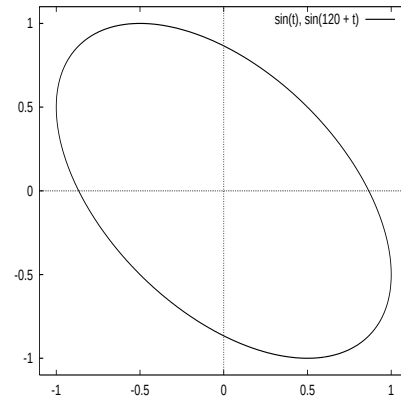
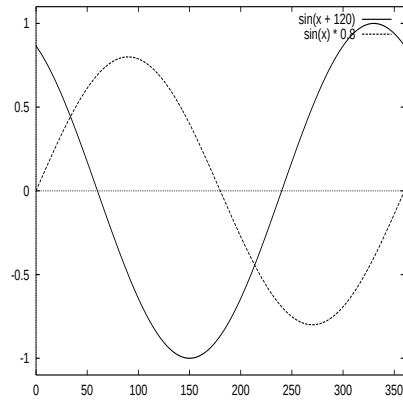
$$f_y = f_x \quad \phi = 60^\circ$$

5.7.6 Frequenz_y = Frequenz_x mit 90° Phasenverschiebung



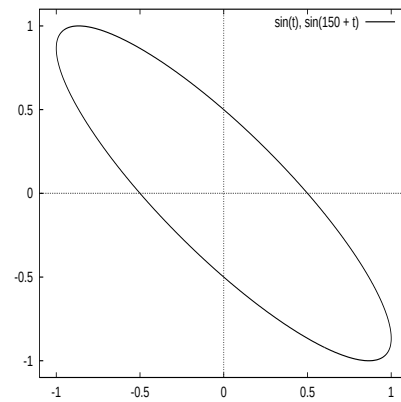
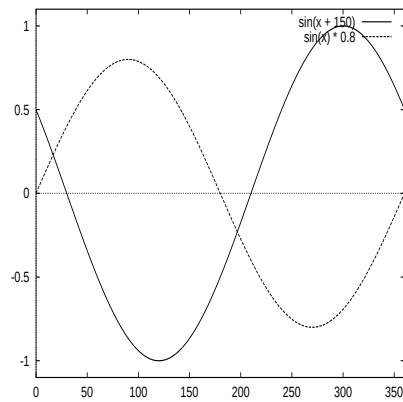
$$f_y = f_x \quad \phi = 90^\circ$$

5.7.7 Frequenz_y = Frequenz_x mit 120° Phasenverschiebung



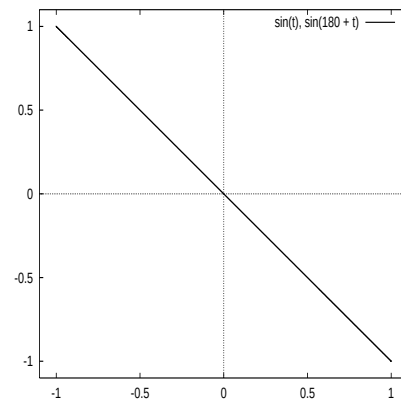
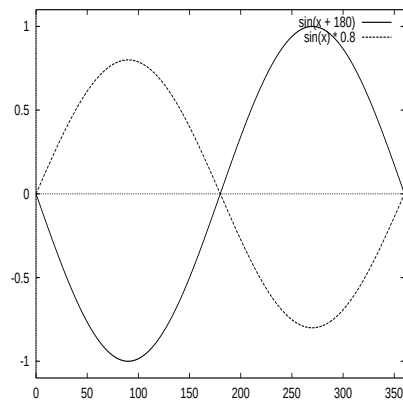
$$f_y = f_x \quad \phi = 120^\circ$$

5.7.8 Frequenz_y = Frequenz_x mit 150° Phasenverschiebung



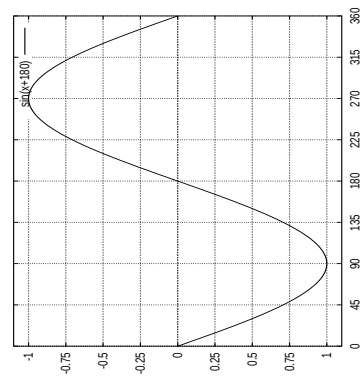
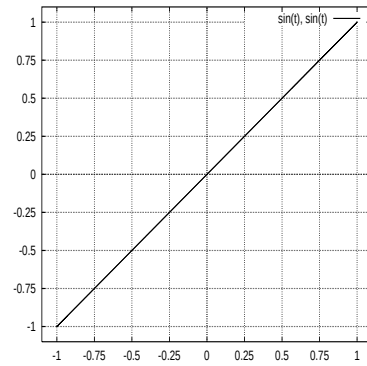
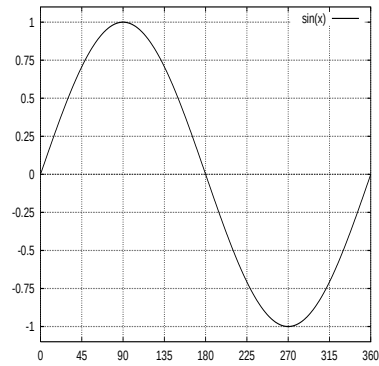
$$f_y = f_x \quad \phi = 150^\circ$$

5.7.9 Frequenz_y = Frequenz_x mit 180° Phasenverschiebung

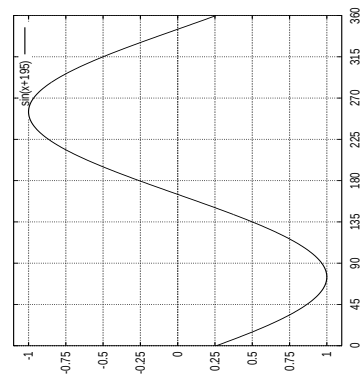
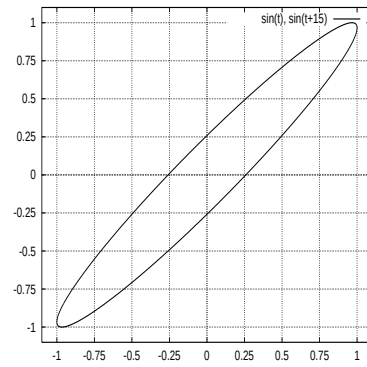
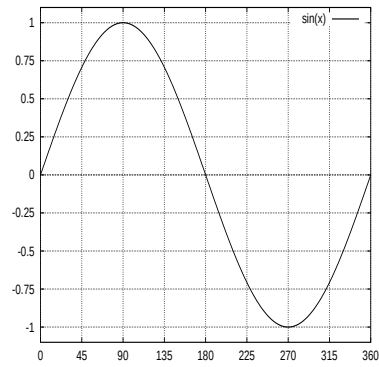


$$f_y = f_x \quad \phi = 180^\circ$$

5.7.10 Wie geht dem (Graph nach Lissajou)



Drehung um 90° und Spiegelung



Drehung um 90° und Spiegelung