Formelsammlung Messtechnik
V 2.3 s

MICHAEL OTT
MARKUS HANNEMANN

26. Oktober 1999

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematische Grundlagen **1**
1.1 Winkelfunktionen . . . 1
1.2 Binomische Formeln . . . 1
1.3 Logarithmusfunktionen . . . 1

2 Grundlagen des elektrotechnischen Rechnens **2**
2.1 Ohmsches Gesetz . . . 2
2.2 Spezifischer Widerstand und Leitfähigkeit . . . 2
2.3 Widerstand und Temperatur . . . 2
2.4 Reihenschaltung von Widerständen . . . 2
2.5 Parallelschaltung von Widerständen . . . 3
2.6 Induktiver Widerstand . . . 3
2.7 Kapazitiver Widerstand . . . 3
2.8 Tiefpass . . . 3
2.9 Hochpass . . . 3

3 Periodische Spannungen und Ströme **4**
3.1 Linearer Mittelwert . . . 4
3.1.1 Bei nicht linearen Spannungsformen . . . 4
3.1.2 Bei linearen Spannungsformen . . . 4
3.1.3 Beispiel zum Messbereich DC . . . 4
3.2 Effektivwert der Wechselspannung . . . 5
3.2.1 Bei nicht linearen Spannungsformen . . . 5
3.2.2 Bei linearen Spannungsformen . . . 5
3.2.3 Beispiel zum Messbereich $U_{True\ AC}$ . . . 5
3.3 Effektivwert . . . 6
3.3.1 Bei nicht linearen Spannungsformen . . . 6
3.3.2 Bei linearen Spannungsformen . . . 6
3.3.3 Addition von U_{DC} und $U_{True\ AC}$ . . . 6
3.3.4 Beispiel zu U_{eff} . . . 6
3.4 Angezeigter Wert . . . 7
3.4.1 Beispiel zu U_{Anz} . . . 7
3.5 Formfaktor . . . 8
3.6 Crestfaktor . . . 8

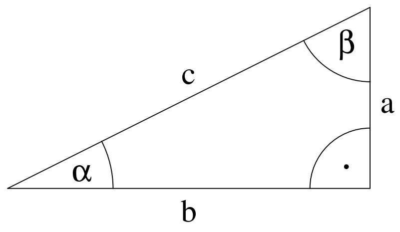
4 Dämpfung und Verstärkung **9**
4.1 Dämpfer bzw. Verstärker . . . 9
4.2 Dämpfung- und Verstärkungsfaktoren . . . 9
4.3 Dämpfungs- und Verstärkungsmaße . . . 10
4.4 Pegel . . . 10
4.4.1 Absoluter Pegel . . . 10
4.4.2 Relativer Pegel . . . 11
4.4.3 Pegelreihe . . . 11

4.5 Fehlanpassung 11

5 Messen mit Osziloskopen **12**
5.1 Spannungsmessung 12
5.2 Strommessung 12
5.3 Frequenzmessung 13
5.4 Phasenlage 13
5.5 Zeitmessung 14
5.6 Phasenverschiebung mittels Lissajousfiguren 14
5.7 Lissajous Figuren 15
5.7.1 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung 15
5.7.2 Frequenz$_y$ = 2 fache Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung 15
5.7.3 Frequenz$_y$ = 4 fache Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung 15
5.7.4 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 30° Phasenverschiebung 16
5.7.5 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 60° Phasenverschiebung 16
5.7.6 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 90° Phasenverschiebung 16
5.7.7 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 120° Phasenverschiebung 17
5.7.8 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 150° Phasenverschiebung 17
5.7.9 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 180° Phasenverschiebung 17
5.7.10 Wie geht dem (Graph nach Lissajou) 18

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Winkelfunktionen



$\sin\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{Ankathete}{Hypotenuse} = \frac{b}{c}$

$\tan\alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete} = \frac{a}{b}$

$\cot\alpha = \frac{Ankathete}{Gegenkathete} = \frac{b}{a}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\sin\beta = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} = \frac{b}{c}$

$\cos\beta = \frac{Ankathete}{Hypotenuse} = \frac{a}{c}$

$\tan\beta = \frac{Gegenkathete}{Ankathete} = \frac{b}{a}$

$\cot\beta = \frac{Ankathete}{Gegenkathete} = \frac{a}{b}$

Lehrsatz des Pythagoras:
Das Quadrat über der Hypotenuse ist gleich der Summe der beiden Kathedenquadrate.

1.2 Binomische Formeln

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ erste Binomische Formel

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ zweite Binomische Formel

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$ dritte Binomische Formel

1.3 Logarithmusfunktionen

$\log a \cdot b = \log a + \log b$

$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$

$\log a^n = n \cdot \log a$

$\log \sqrt[b]{a^n} = \frac{n}{b} \cdot \log a = \log a^{\frac{n}{b}}$

$a^x = b \quad \Rightarrow \quad \log_a b = x$

$a^{\frac{x_1}{x_2}} = \frac{b_1}{b_2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_2 \cdot \log_a \frac{b_1}{b_2}$

2 Grundlagen des elektrotechnischen Rechnens

2.1 Ohmsches Gesetz

$I = \frac{U}{R}$	$I[A]$ = Stromstärke $U[V]$ = Spannung $R[\Omega]$ = Widerstand
$G = \frac{1}{R}$	$G[S]$ = Leitwert

2.2 Spezifischer Widerstand und Leitfähigkeit

$\rho = \frac{1}{\kappa}$	$\rho\left[\frac{\Omega\cdot mm^2}{m}\right]$ = spezifischer Widerstand $\kappa\left[\frac{m}{\Omega\cdot mm^2}\right]$ = Leitfähigkeit
$R = \frac{\rho\cdot l}{A}$	$l[m]$ = Leitungslänge $A[mm^2]$ = Leitungsquerschnitt

2.3 Widerstand und Temperatur

$\triangle R = \alpha \cdot R_1 \cdot \triangle\vartheta$	$\triangle R[\Omega]$ = Widerstandsänderung $\alpha\left[\frac{1}{K}\right]$ = Temperaturkoeffizient (Kupfer $\alpha = \frac{1}{235K+\vartheta_1(25^\circ)}$) $\triangle\vartheta[K]$ = Temperaturänderung $R_1[\Omega]$ = Kaltwiderstand
$R_2 = R_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \triangle\vartheta)$	$R_2[\Omega]$ = Warmwiderstand

2.4 Reihenschaltung von Widerständen

$U_{ges} = \sum\limits_{i=1}^{n} U_i$	$U_{ges}[V]$ = Gesamtspannung
$R_{ges} = \sum\limits_{i=1}^{n} R_i$	$R_{ges}[\Omega]$ = Gesamtwiderstand
$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$	Die Spannungen verhalten sich wie die dazugehörigen Widerstände
$I_{ges} = I_i$	$I_{ges}[A]$ = Der Strom ist überall gleichgroß

2.5 Parallelschaltung von Widerständen

$I_{ges} = \sum_{i=1}^{n} I_i$

$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

2.6 Induktiver Widerstand

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$

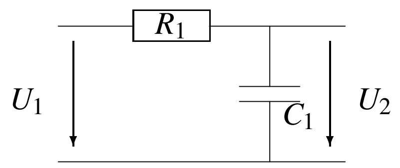
$X_L[\Omega]$ = Induktiver Widerstand
$f[Hz]$ = Frequenz
$L[H]$ = Induktivität

2.7 Kapazitiver Widerstand

$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$

$X_C[\Omega]$ = Kapazitiver Widerstand
$C[F]$ = Kapazität

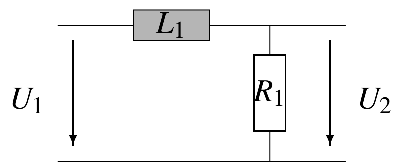
2.8 Tiefpass



$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{R^2 + X_C^2}}{X_C}$

Spannungsverhältnis = Widerstandsverhältnis

2.9 Hochpass



$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{X_L^2 \cdot R^2}}{R^2}$

Spannungsverhältnis = Widerstandsverhältnis

3 Periodische Spannungen und Ströme

3.1 Linearer Mittelwert

Meßbereich DC

3.1.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

$$\overline{U} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot dt$$

$U_{Drehspule}$,
U_{DC},
U_{AV},
$\overline{U}$ = arithm. Mittelwert
(Fläche unter der Kurve dividiert durch Periodendauer (positiv bzw. negativ))
$\triangle t$,
dt = Teil Zeitabschnitt
T = Gesamt Zeitabschnitt
$u(t)$ = Spannung im Teil Zeitabschnitt

3.1.2 Bei linearen Spannungsformen

Mittelwert:

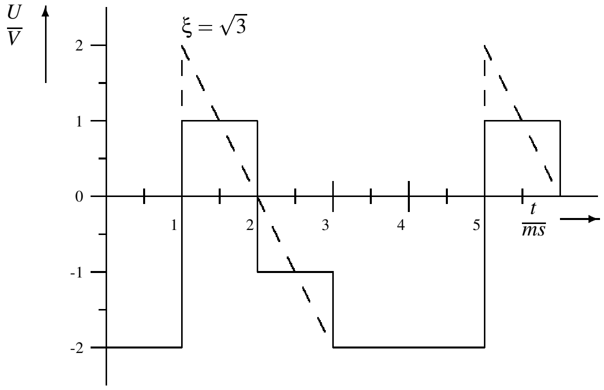
$$\overline{U} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\overline{u}_i \cdot \triangle t_i)$$

Betrag des Mittelwertes (Gleichrichtwert Wechsel- + Gleichspannung):

$$|\overline{U}| = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^{n} |\overline{u}_i \cdot \triangle t_i|$$

- Mittelwert bei reiner Wechselspannung ist immer $\overline{U} = 0$

3.1.3 Beispiel zum Messbereich DC



DC-Anteil

$\overline{U} = \frac{1V \cdot 1ms + (-1V \cdot 1ms) + (-2V \cdot 2ms)}{4ms} = -1V$

$|\overline{U}| = \frac{1V \cdot 1ms + 1V \cdot 1ms + 2V \cdot 2ms}{4ms} = 1.5V$

- - - Ausgangswert

—— $\overline{u}$

3.2 Effektivwert der Wechselspannung

3.2.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

$$U_{True\ AC} = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T (u(t) - \overline{U})^2 \cdot dt}$$

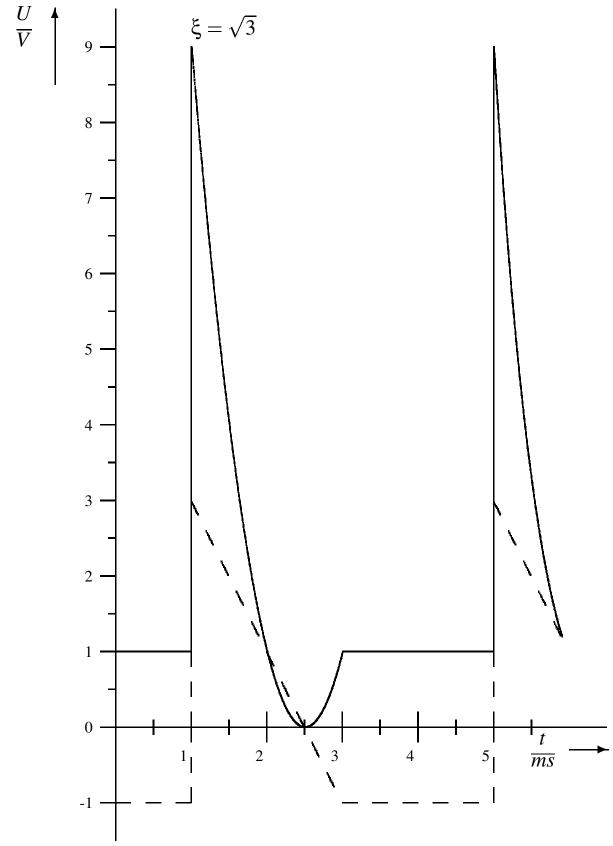
$U_{True\ AC}$ = Effektivwert der Wechselspannung

$\hat{u}_i$ = Spitzenwert im Teil Zeitabschnitt

3.2.2 Bei linearen Spannungsformen

$$U_{True\ AC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^{n} ((\frac{\hat{u}_i - \overline{U}}{\xi})^2 \cdot \triangle t_i)}$$

3.2.3 Beispiel zum Messbereich $U_{True\ AC}$



$\underline{U_{True\ AC}}$

$$U_{True\ AC} = \sqrt{\frac{2ms \cdot (1V)^2 + 1.5ms \cdot \left(\frac{3V}{\sqrt{3}}\right)^2 + 0.5ms \cdot \left(\frac{1V}{\sqrt{3}}\right)^2}{4ms}}$$

$$U_{True\ AC} = 1.291V$$

- - - Ausgangswert ohne DC-Anteil

—— $U_{True\ AC}$

3.3 Effektivwert

Meßbereich $U_{True\ AC+DC}$

3.3.1 Bei nicht linearen Spannungsformen

$U_{True\ AC+DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int\limits_0^T (u(t))^2 \cdot dt}$

$u = \frac{\hat{u}}{\xi}$

$U_{Dreheisen}$,
U,
U_{eff},
U_{RMS},
$U_{True\ AC+DC}$ = Wechsel- + Gleichspannungsanteil
u,
u_i,
$u(t)$ = effektivwert zu diesem Zeitpunkt

3.3.2 Bei linearen Spannungsformen

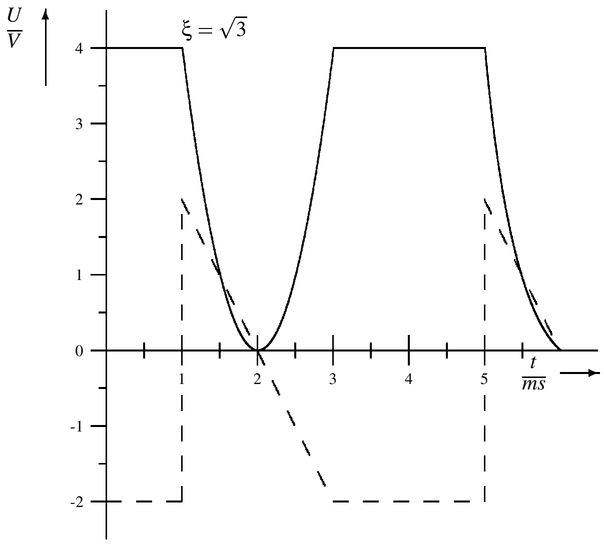
$U_{True\ AC+DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum\limits_{i=1}^{n} (u_i^2 \cdot \triangle t_i)}$

3.3.3 Addition von U_{DC} und $U_{True\ AC}$

$U_{True\ AC+DC} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{True\ AC}^2}$

$U = \sqrt{U_{=}^2 + U_{\sim}^2}$

3.3.4 Beispiel zu U_{eff}



Effektivwert

$U_{eff} = \sqrt{\frac{2ms \cdot (2V)^2 + 1ms \cdot \left(\frac{2V}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1ms \cdot \left(\frac{2V}{\sqrt{3}}\right)^2}{4ms}} = 1.633V$

$U_{eff} = \sqrt{(-1V)^2 + (1.291V)^2} = 1.633V$

- - - Ausgangssignal

—— U_{eff}

3.4 Angezeigter Wert

Meßbereich AC, Anzeige bei handelsüblichen Meßgeräten

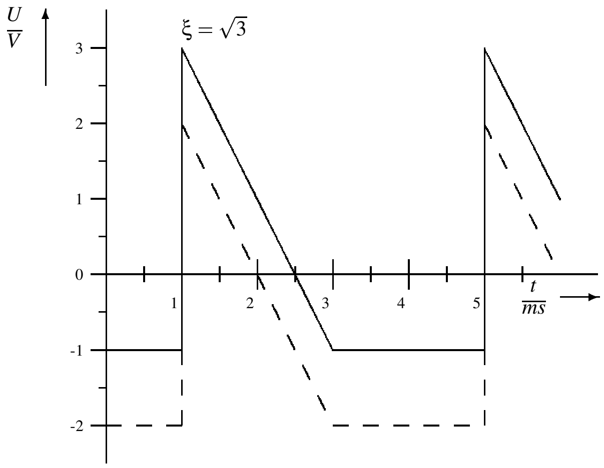
1. Gleichspannung rausfiltern (Kondensator) $\quad u-\overline{U}$
2. Wechselspannung gleichrichten $|u|$ $\quad |u-\overline{U}|$
3. Mittelwert bilden $|\overline{U_\sim}|$ $\quad \overline{|u-\overline{U}|}$
4. Mit Formfaktor multiplizieren U_{Anz} $\quad \overline{|u-\overline{U}|}\cdot 1,11$

$|\overline{U_\sim}| = \frac{1}{T}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{|\hat{u}_i-\overline{U}|}\cdot\triangle t_i\right)$ $\quad |\overline{U_\sim}|$ = Gleichrichtwert der reinen Wechselspannung

$U_{Anz} = |\overline{U_\sim}|\cdot F_\sim$ $\quad F_\sim$ = 1,11

U_{Anz} = Angezeigter Wert

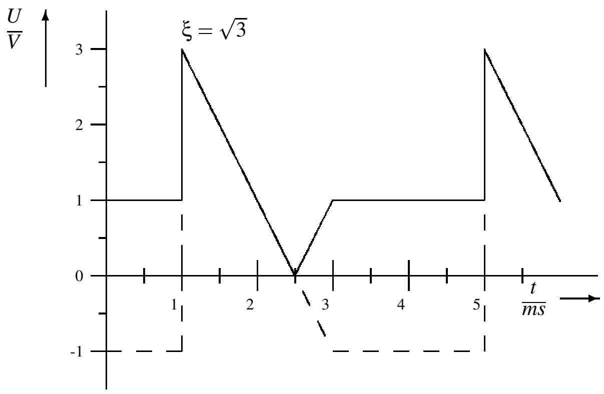
3.4.1 Beispiel zu U_{Anz}



DC-Anteil entfernen

- - - Ausgangswert

—— ohne DC-Anteil



DC-Anteil

$|\overline{U}| = \frac{2ms\cdot 1V+1.5ms\cdot\frac{3V}{2}+0.5ms\cdot\frac{1V}{2}}{4ms} = 1.125V$

$U_{Anz} = |\overline{U}|\cdot F_\sim = 1.25V \qquad F_\sim = 1.111$

- - - Ausgangswert ohne DC-Anteil

—— $|\overline{u}|$

3.5 Formfaktor

Für jede Kurvenform einer Spannung gibt es einen Formfaktor, mit diesem muß im Meßgerät der Gleichrichtwert multipliziert werden um den Effektivwert richtig anzeigen zu können. In einem Handelsüblichen Sinus-Vollwellen korigierten Meßgerät ist nur der Formfaktor für reine Sinusspannung integriert ($F_{\sim} = 1,11$).

$F = \frac{U_{eff}}{|\overline{U}|} = \frac{Effektivwert}{Gleichrichtwert}$ F = Formfaktor

Wenn $U_{eff} = U_{True\ AC+DC}$
dann $|\overline{U}|$ der Gleichrichtwert der Wechsel- + Gleichspannung
Wenn $U_{eff} = U_{True\ AC}$
dann $|\overline{U}| = |\overline{U_{\sim}}|$ der Gleichrichtwert der reinen Wechselspannung

3.6 Crestfaktor

Der Crestfaktor gibt an, um das wievielfache der Spitzenwert größer sein darf als der Effektivwert. Wird er überschritten kann das Meßgerät nicht mehr zuverlässig arbeiten.

$F_{Crest} = \frac{\hat{u}}{U_{eff}} = \frac{Spitzenwert}{Effektivwert}$ ξ,
F_{Crest} = Crestfaktor
$\hat{u}$ = Spitzenwert

Wenn $U_{eff} = U_{True\ AC+DC}$
dann $\hat{u}$ der Spitzenwert der Wechsel- + Gleichspannung
Wenn $U_{eff} = U_{True\ AC}$
dann $\hat{u}$ der Spitzenwert der reinen Wechselspannung

4 Dämpfung und Verstärkung

4.1 Dämpfer bzw. Verstärker

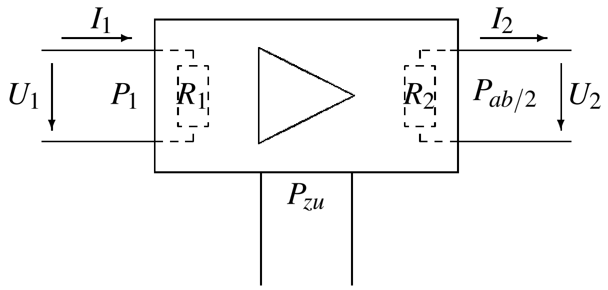


Abbildung 1: Verstärker- bzw. Dämpfungsglied

$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ | η = Wirkungsgrad

4.2 Dämpfung- und Verstärkungsfaktoren

$D = \frac{S_1}{S_2}$

D = Dämpfungsfaktor
S_1 = Eingangsgröße
S_2 = Ausgangasgröße

$V = \frac{1}{D}$

V = Verstärkungsfaktor

4.3 Dämpfungs- und Verstärkungsmaße

$a_P = 10\lg \cdot \frac{P_1}{P_2}$ — $a_P[dB]$ = Leistungsdämpfungsmaß
B = Bel

$a_U = 20\lg \cdot \frac{U_1}{U_2}$ — $a_U[dB]$ = Spannungsdämpfungsmaß

$a_P = a_U - 10\lg \frac{R_1}{R_2}$ — $R_1[\Omega]$ = Eingangswiderstand

$U_2 = U_1 \cdot 10^{-\left(\frac{a_P + 10\log \frac{R_1}{R_2}}{20}\right)}$ — $R_2[\Omega]$ = Ausgangswiderstand

$a_I = 20\lg \cdot \frac{I_1}{I_2}$ — $a_I[dB]$ = Stromdämpfungsmaß

$a_P = a_I + 10\lg \frac{R_1}{R_2}$

$a = a_P = a_U = a_I$ bei $R_1 = R_2$ — $a[dB]$ = Dämpfungmaß in deziBel

$v = a \cdot (-1)$ — $v[dB]$ = Verstärkungsmaß

$a_{ges} = \sum_{i=1}^{n} a$ — Dämpfung positiv, Verstärkung negativ

$a_L = \alpha \cdot l$ — $a_L[dB]$ = Leitungsdämpfung
$\alpha\left[\frac{dB}{m}\right]$ = Dämpfungskonstante der Leitung
$l[m]$ = Leitungslänge

$a[dB]$	0,00	1,00	3,00	6,00	10,0	20,0	30,0	40,0
D_P	1,00	1,26	2,00	4,00	10,0	100	1000	10000
D_U	1,00	1,12	1,41	2,00	3,16	10,0	31,6	100

Tabelle 1: Zusammenhang zwischen Dämpfungsfaktoren und Dämpfungsmaßen

4.4 Pegel

4.4.1 Absoluter Pegel

Der Pegel $0dB$ liegt bei der Leistung $P_0 = 1mW$ oder der Spannung $U_0 = 775mV$ vor.
($I = 1,29mA$,$R_L = 600\Omega$)

$L_{U_{abs}} = 20\lg \frac{U}{U_0}$ — $L_{U_{abs}}[dBm]$ = Absoluter Spannungspegel
$U_0[V]$ = Bezugsspannung

$L_{P_{abs}} = 10\lg \frac{P}{P_0}$ — $L_{P_{abs}}[dBm]$ = Absoluter Leistungspegel
$P_0[W]$ = Bezugsleistung

Bezugswerte	Antennentechnik	Fernmeldetechnik	
R_L	75,00	600	Ω
U_0	$1{\cdot}10^{(-6)}$	$775{\cdot}10^{(-3)}$	V
I_0	$13{,}33{\cdot}10^{(-9)}$	$1{,}29{\cdot}10^{(-3)}$	A
P_0	$13{,}33{\cdot}10^{(-15)}$	$1{,}00{\cdot}10^{(-3)}$	W

Tabelle 2: Bezugswerte für relative Pegel

4.4.2 Relativer Pegel

Für Bezugspunkt U_0 aus Tabelle:

$L_{U_{rel}} = 20\lg\frac{U}{U_0} dB\mu V$ $L_{U_{rel}}$ = Relativer Spannungspegel

4.4.3 Pegelreihe

Beispiel Pegelplan:

$a_{ges} = a_1 - v_1 + a_2 - v_2 + a_3$

$D_{ges} = D_1 \cdot \frac{1}{V_1} \cdot D_2 \cdot \frac{1}{V_2} \cdot D_3$

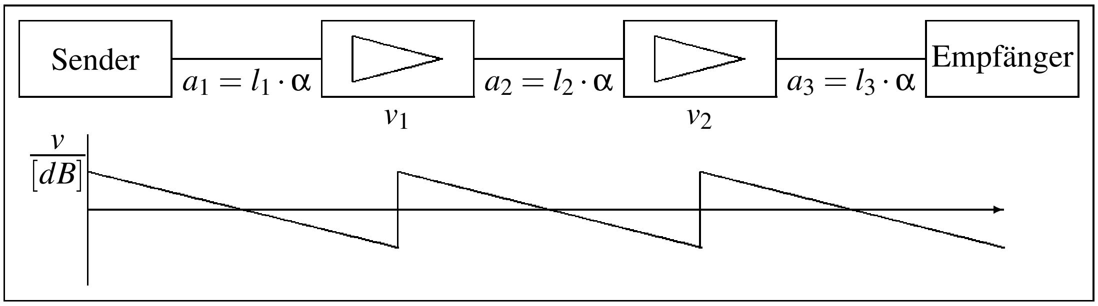


Abbildung 2: Pegelplan

4.5 Fehlanpassung

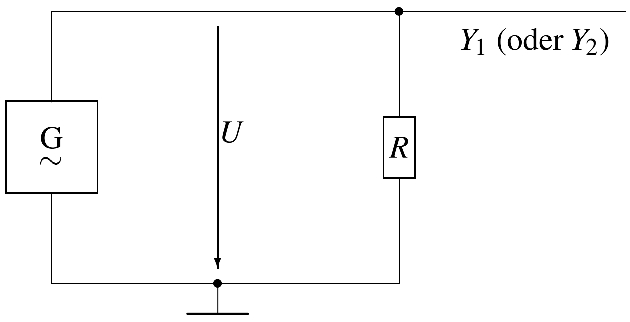
Fehlanpassung muss bei $R_2 \neq R_{LAST}$ berücksichtigt werden.

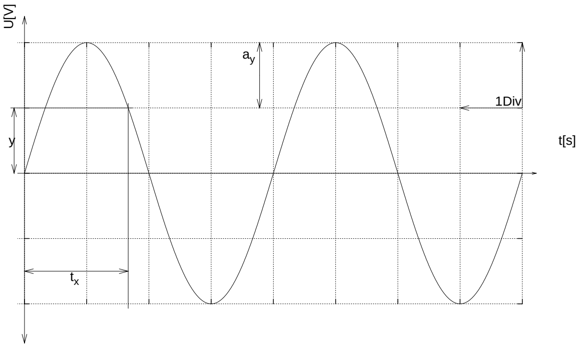
$a_{UFehl} = -\left(6dB + 20\lg\frac{R_{LAST}}{R_2+R_{LAST}}\right)$ a_{UFehl} = Fehleranteil der Dämpfung

75Ω	→	600Ω	⇒	I↓	⇒	U↑	⇒	Verstärkung
600Ω	→	75Ω	⇒	I↑	⇒	U↓	⇒	Dämpfung

5 Messen mit Osziloskopen

5.1 Spannungsmessung

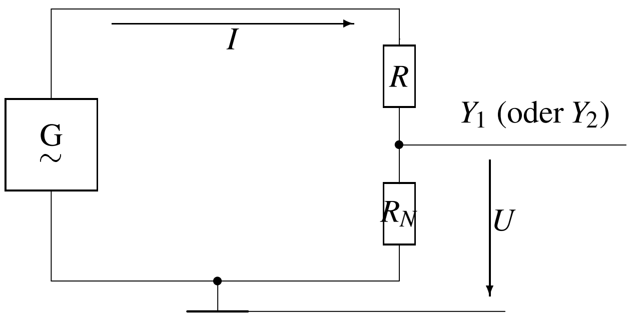


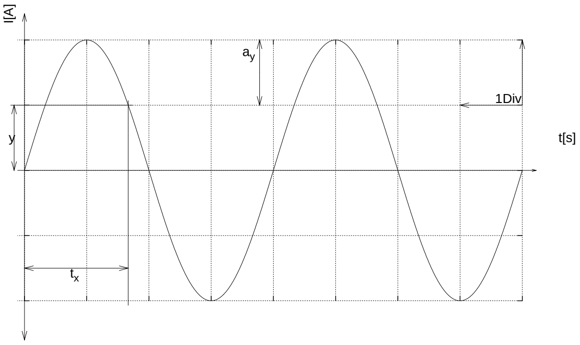


$u(t_x) = a_y \cdot y(t_x)$

$u(t_x)[V]$ = Spannung in abhängigkeit der Zeit
$a_y \left[\frac{V}{Div}\right]$ = Ablenkungskoeffizient in y-Richtung
$y(t_x)[Div]$ = Auslenkung in abhängigkeit der Zeit

5.2 Strommessung





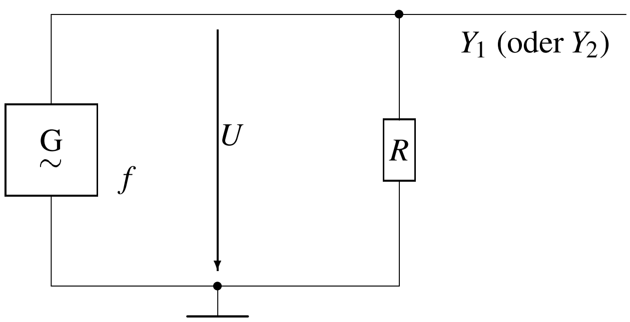
$i(t_x) = \frac{u(t_x)}{R_N}$

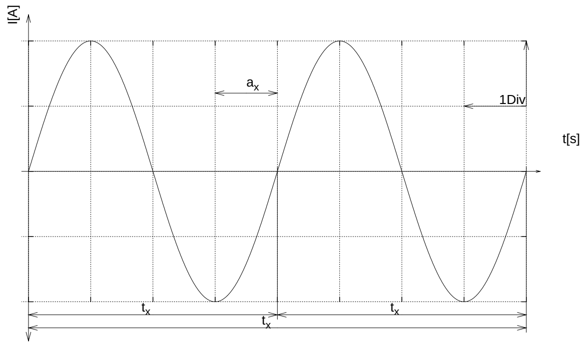
$i(t_x)[A]$ = Strom in abhängigkeit der Zeit
$R_N[\Omega]$ = Normalwiderstand

$R > R_N$

$Z[\Omega]$ = Scheinwiderstand
$R_M[\Omega]$ = Innenwiderstand Osziloskop

5.3 Frequenzmessung





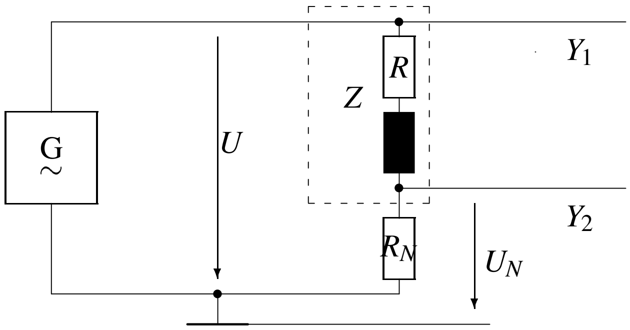
$t_M = x \cdot a_x$

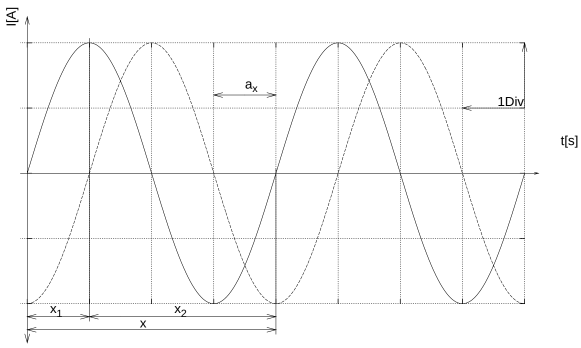
$t_M[s]$ = Periodendauer
$a_x \left[\frac{s}{Div}\right]$ = Zeitkoeffizient in x-Richtung
$x[Div]$ = Auslenkung in abhängikeit der Spannung

$f = \frac{1}{t_M}$

$f[Hz]$ = Frequenz

5.4 Phasenlage





$\frac{x_2}{x} = \frac{\triangle t}{T}$

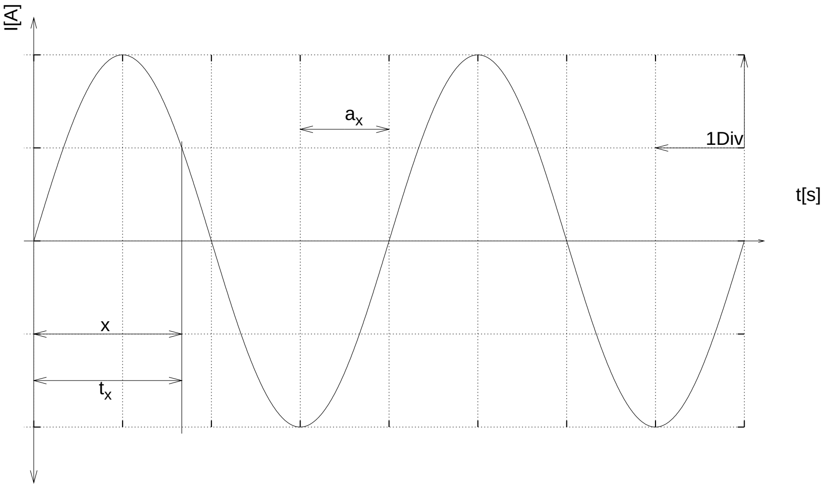
x_2 = Abstand in Teilen
x = Abstand in Perioden
$\triangle t$ = Zeitdifferenz
T = Periodendauer

$\frac{\triangle t}{T} = \frac{\varphi}{360°}$

φ = Phasenverschiebungswinkel

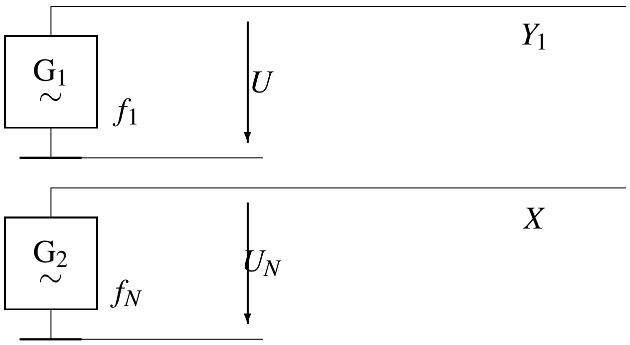
$\varphi = \frac{x_2}{x} \cdot 360°$

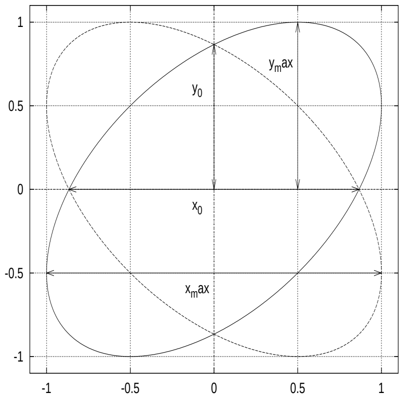
5.5 Zeitmessung



$t_x = a_x \cdot x$
$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_u)$
$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i)$

5.6 Phasenverschiebung mittels Lissajousfiguren





$\varphi = \pm \arcsin \frac{y_0}{\hat{y}_{max}}$ φ = Phasenverschiebungswinkel

$\varphi = \pm \arcsin \frac{x_0}{\hat{x}_{max}}$

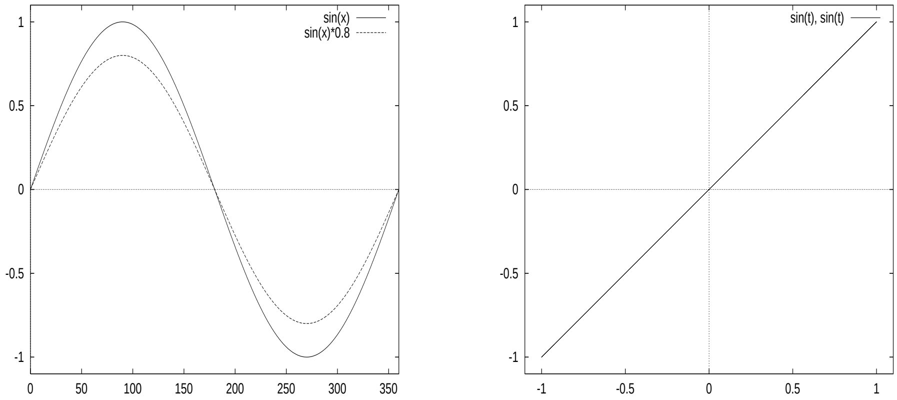
Diese Formeln gelten wenn sich die Figuren nach links neigen (+180°)

$\varphi = \pm \arcsin \frac{y_0}{\hat{y}_{max}} + 180°$

$\varphi = \pm \arcsin \frac{x_0}{\hat{x}_{max}} + 180°$

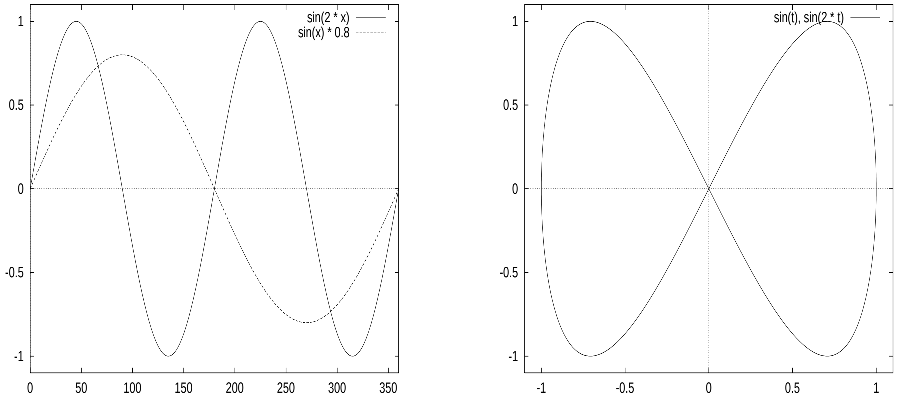
5.7 Lissajous Figuren

5.7.1 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung



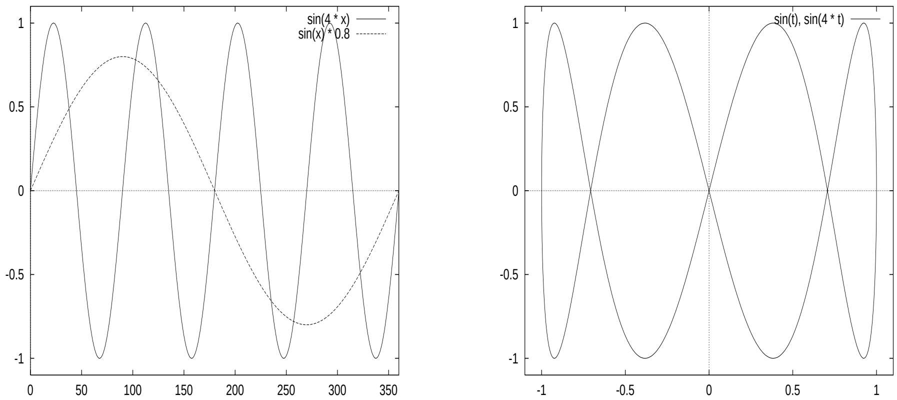
$$f_y = f_x \qquad \phi = 0^\circ$$

5.7.2 Frequenz$_y$ = 2 fache Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung



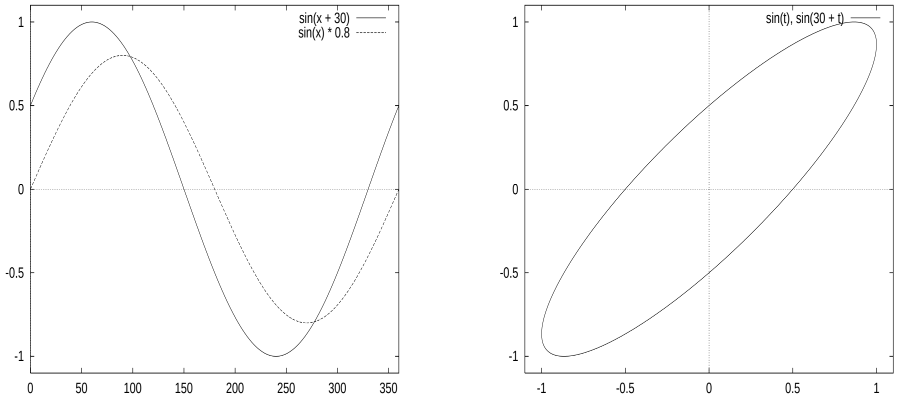
$$f_y = 2 \cdot f_x \qquad \phi = 0^\circ$$

5.7.3 Frequenz$_y$ = 4 fache Frequenz$_x$ ohne Phasenverschiebung



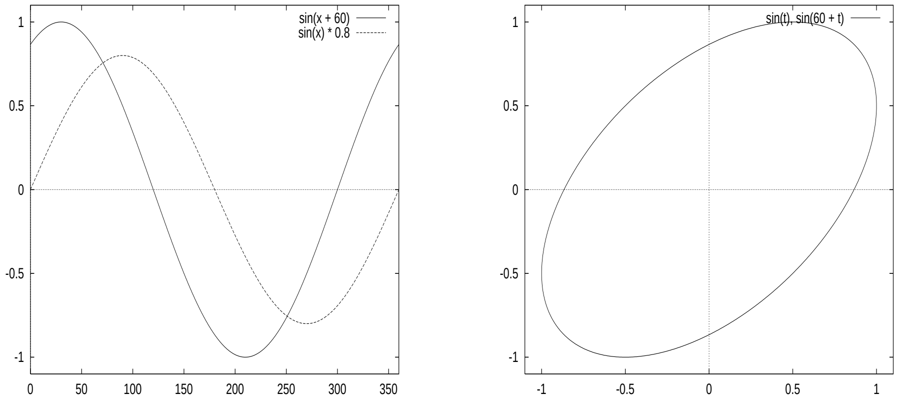
$$f_y = 4 \cdot f_x \qquad \phi = 0^\circ$$

5.7.4 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 30° Phasenverschiebung



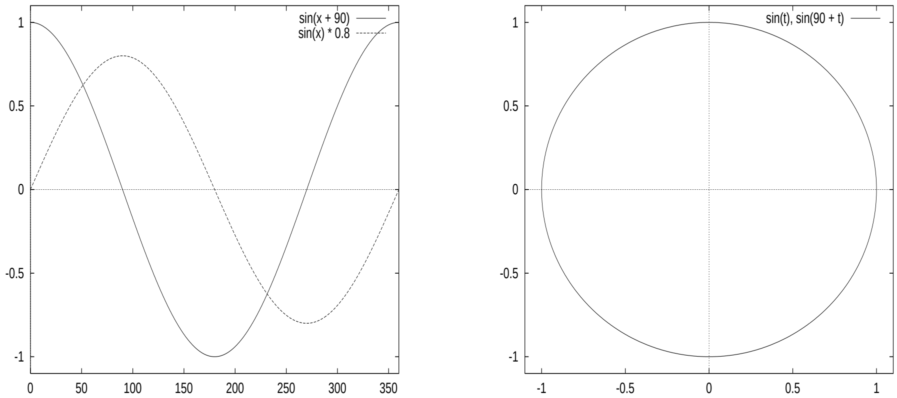
$f_y = f_x \qquad \phi = 30°$

5.7.5 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 60° Phasenverschiebung



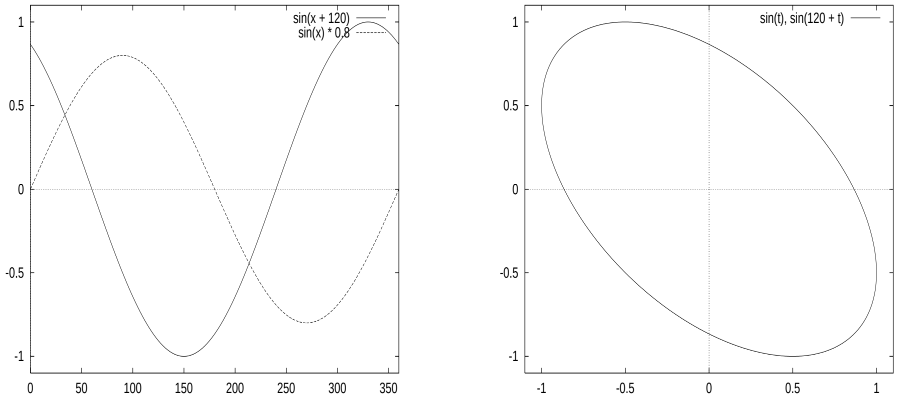
$f_y = f_x \qquad \phi = 60°$

5.7.6 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 90° Phasenverschiebung



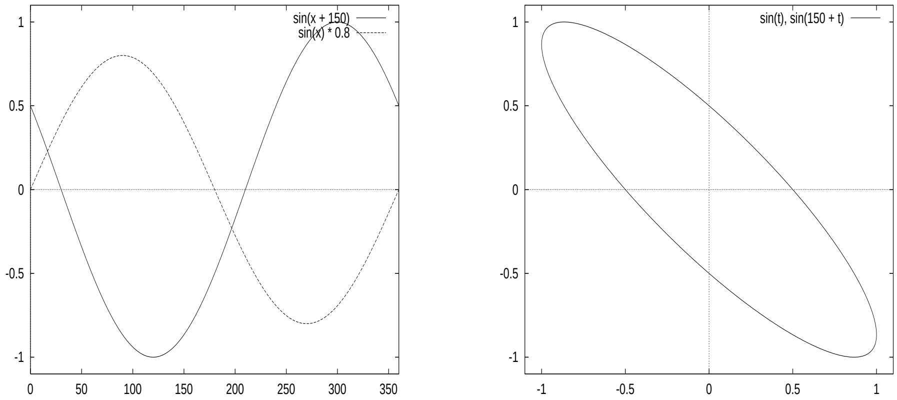
$f_y = f_x \qquad \phi = 90°$

5.7.7 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 120° Phasenverschiebung



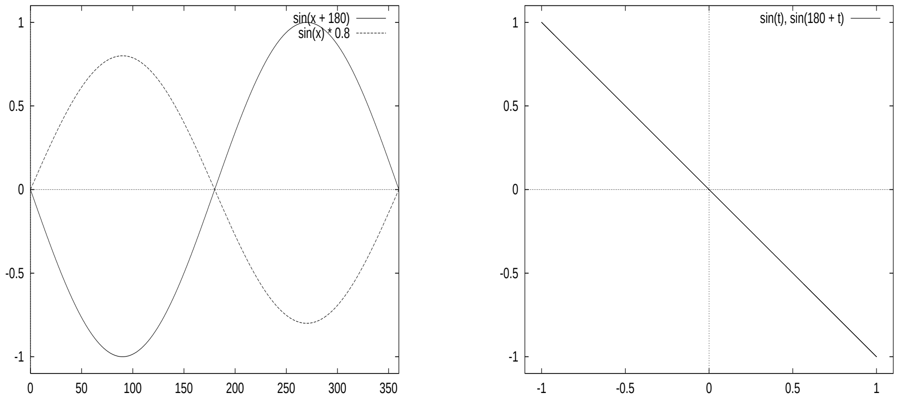
$f_y = f_x \qquad \phi = 120^\circ$

5.7.8 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 150° Phasenverschiebung



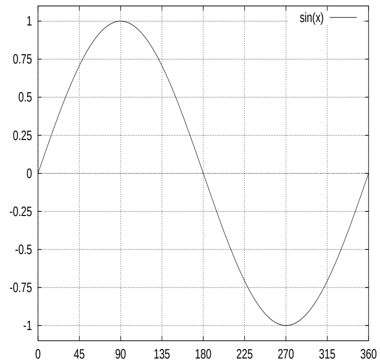
$f_y = f_x \qquad \phi = 150^\circ$

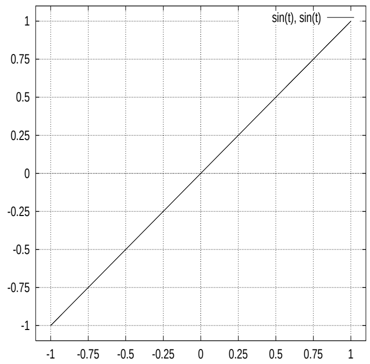
5.7.9 Frequenz$_y$ = Frequenz$_x$ mit 180° Phasenverschiebung

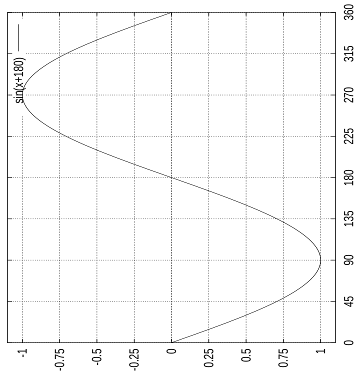


$f_y = f_x \qquad \phi = 180^\circ$

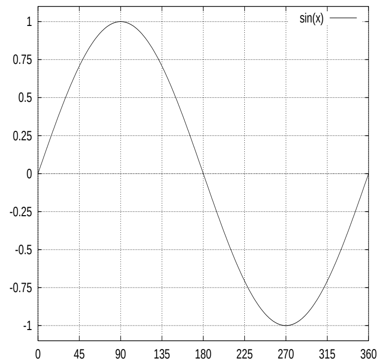
5.7.10 Wie geht dem (Graph nach Lissajou)

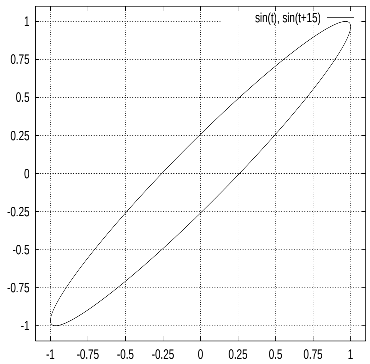


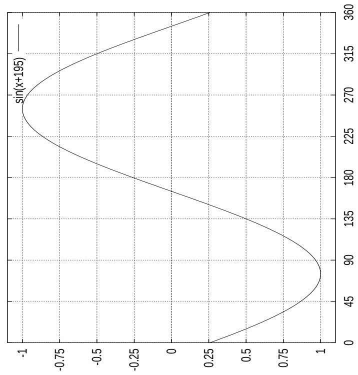




Drehung um 90° und Spiegelung







Drehung um 90° und Spiegelung